

文章编号: 1000-7598 (2012) 02-0635-06

边界面模型在 FLAC^{3D} 中的开发及验证

雷小芹^{1,2}, 杨果林¹

(1. 中南大学 土木建筑学院, 长沙 410075; 2. 法国里昂国立应用科学学院 土木与环境实验室, 里昂 69100)

摘 要: 利用 FLAC^{3D} 程序提供的二次开发平台 UDM 在 VC++ 编译环境下实现了一基于修正剑桥模型的简化边界面模型的开发。介绍了边界面模型的基本原理, 并给出了开发关键技术和具体实施方法。通过三轴加卸载试验、不排水静三轴试验、不排水动三轴试验等几种数值试验与修正剑桥模型进行了对比研究。计算结果验证了所开发的边界面模型的正确性及相对修正剑桥模型的优越性。

关 键 词: 边界面模型; FLAC^{3D}; 二次开发; 三轴数值试验

中图分类号: O 241

文献标识码: A

Development and verification of bounding surface model in FLAC^{3D}

LEI Xiao-qin^{1,2}, YANG Guo-lin¹

(1. School of Civil Engineering, Central South University, Changsha 410075, China;

2. LGCE, INSA Lyon, Villeurbanne 69100, France)

Abstract: By using the further developing platform UDM, a simplified bounding surface model based on modified Cam-clay model is developed in the FLAC^{3D} program in the VC++ debug environment. The bounding surface model's basic principles are introduced, and the key technologies and the concrete methods of implementation are explained. Numerical simulations of loading and unloading triaxial tests, undrained triaxial shear tests are performed to study the difference between bounding surface model and modified Cam-clay model. The computed results show that the newly developed bounding surface model is reasonable and reliable, and has great advantages compared with modified Cam-clay model.

Key words: bounding surface model; FLAC^{3D}; further development; numerical triaxial tests

1 引 言

20 世纪 70 年代, 加州大学的 Dafalias 等^[1-2]放弃了屈服面及塑性势面等传统概念提出了边界面理论, 并于 80 年代建立了边界面理论的基本框架^[3-4], 该模型适用于正常固结土及超固结土的静力和动力分析, 相对于传统屈服面模型具有极大优越性。经过几十年的努力, 各国学者建立和完善了适合不同状态的边界面模型, 并成功编制成有限元程序用于动力反应分析^[5]。

FLAC^{3D} 是美国 Itasca 咨询公司开发的三维显式有限差分程序。该程序采用三维拉格朗日法处理有限变形问题, 采用显式拉格朗日算法和混合-离散分区技术进行积分计算, 较之常规的有限元方法能更准确地模拟材料的塑性破坏和流动。并且该程

序全部使用动力运动方程, 较好地模拟系统的力学不平衡到平衡的全过程, 适合求解三维岩土问题, 尤其擅长于动力问题的分析。

边界面模型是一种非常有前途的本构模型^[6], 但目前的商用数值计算软件并没有现成的内置边界面本构程序, 需用户对其进行二次开发。文献[7-8]已将其在有限元软件 ABAQUS、MARC 中开发实现, 取得了较好的模拟效果。本文通过显式有限差分程序 FLAC^{3D} 预留的 UDM 程序接口, 应用 VC++ 编制 DLL 动态链接库文件, 实现了边界面模型在 FLAC^{3D} 程序中的实现。并通过三轴加卸载试验、不排水静三轴试验、不排水动三轴试验等几种数值试验与 FLAC^{3D} 中内置的具有相当数值精度的修正剑桥模型^[9]进行了对比研究, 验证了程序的正确性及边界面模型的优越性。

收稿日期: 2010-06-17

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No. 50778180); 铁道部科技研究开发计划 (No. 2008G028-D-4)。

第一作者简介: 雷小芹, 男, 1986 年生, 博士研究生, 主要从事岩土本构关系及数值计算方面的研究工作。E-mail: leixiaoqin@gmail.com

2 边界面模型

2.1 变量说明及分解

采用张量记号法, σ_{ij} 为应力张量, 球应力 $p = \sigma_{ii}/3$, 偏应力张量 $S_{ij} = \sigma_{ij} - p\delta_{ij}$, 广义剪应力 $q = \sqrt{3S_{ij}S_{ij}/2}$ 。 ε_{ij} 为应变张量, 体积应变 $\varepsilon_v = \varepsilon_{ii}$, 偏应变张量 $e_{ij} = \varepsilon_{ij} - \varepsilon_v\delta_{ij}/3$, 广义剪应变 $\varepsilon_s = \sqrt{2e_{ij}e_{ij}/3}$ 。

边界面本构模型中总应变增量 $d\varepsilon_{ij}$ 可分解为弹性应变增量 $d\varepsilon_{ij}^e$ 及塑性应变增量 $d\varepsilon_{ij}^p$ 两部分, 两者采用弹性理论和边界面塑性理论分别计算。

$$d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^e + d\varepsilon_{ij}^p \quad (1)$$

2.2 弹性部分

由广义虎克定律, 弹性应变增量分解为弹性体积应变及偏应变分量增量分别计算:

$$d\varepsilon_{ij}^e = d\varepsilon_v^e\delta_{ij} + de_{ij}^e = \frac{dp}{3K}\delta_{ij} + \frac{ds_{ij}}{2G} \quad (2)$$

式中: K 为体积模量; G 为剪切模量。参照修正剑桥模型^[10], 土的弹性模量计算如下:

$$K = \frac{vp}{k} \quad (3)$$

$$G = \frac{3K(1-2\mu)}{2(1+\mu)} \quad (4)$$

式中: $v=1+e$ 为与 p 对应的土体比容, e 为土体孔隙比; k 是半对数坐标系下土体压缩回弹曲线的斜率; μ 为土体泊松比。

2.3 塑性部分

2.3.1 边界面方程

采用修正剑桥模型屈服面^[10]为边界面, 具体形式为

$$F = \bar{q}^2 - M^2\bar{p}(p_c - \bar{p}) \quad (5)$$

式中: M 为材料参数, 对应于修正剑桥模型中临界状态线的斜率; p_c 为模型内变量, 是边界面与 p 轴的交点, 反映边界面大小, 取为初始固结压力; $\bar{p}$ 、 $\bar{q}$ 分别为真实应力点在边界面上的映像点所对应的球应力及广义剪应力。

2.3.2 映射法则

采用径向映射法则^[6], 任意实际应力状态 σ_{ij} 可得到边界面上与之对应的惟一的映像应力状态 $\bar{\sigma}_{ij}$:

$$\bar{\sigma}_{ij} = \sigma_0 + b(\sigma_{ij} - \sigma_0) \quad (6)$$

式中: 如图 1 所示, $b \geq 1$ 为一个标量缩放因子; σ_0 为映射中心。在该简化边界面模型中取消了弹性核,

并假定坐标原点为映射中心 σ_0 , 即 $\bar{\sigma}_{ij} = b\sigma_{ij}$, 并在计算中保持不变。

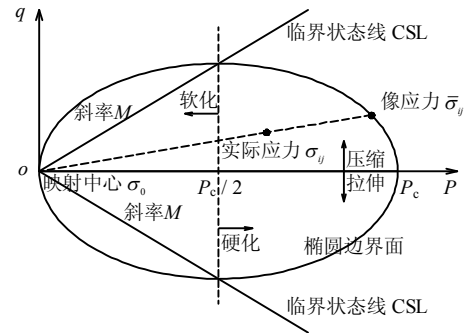


图 1 边界面及映射法则

Fig.1 Illustration of bounding surface and mapping rule

2.3.3 流动法则及硬化准则

采用相关联流动法则, 其塑性应变方向由边界面上映像点处法线方向确定, 塑性应变增量可表示为^[7]

$$d\varepsilon_{ij}^p = \frac{1}{K_p} \left[\frac{\partial F}{\partial \sigma_{kl}} d\bar{\sigma}_{kl} \right] \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{1}{K_p} \left[\frac{\partial F}{\partial \bar{\sigma}_{kl}} d\sigma_{kl} \right] \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} \quad (7)$$

将体积应变和剪切应变分解开计算, 有

$$d\varepsilon_v^p = d\lambda \frac{\partial F}{\partial p} = M^2(2\bar{p} - p_c)d\lambda \quad (8)$$

$$d\varepsilon_s^p = d\lambda \frac{\partial F}{\partial q} = 2qd\lambda \quad (9)$$

式中: $d\lambda$ 为非负的标量塑性因子:

$$d\lambda = \frac{1}{K_p} \left[\frac{\partial F}{\partial \bar{\sigma}_{kl}} d\bar{\sigma}_{kl} \right] = \frac{1}{K_p} \left[\frac{\partial F}{\partial \sigma_{kl}} d\sigma_{kl} \right] \quad (10)$$

式中: $\bar{K}_p$ 为边界面上映射应力点处对应的塑性模量; K_p 为实际应力点对应的塑性模量。参照文献[11], 取为如下形式:

$$\bar{K}_p = \frac{8M^4v}{9(\lambda - k)} p_c \left(\bar{p} - \frac{1}{2}p_c \right) \bar{p} \quad (11)$$

$$K_p = \bar{K}_p + H \frac{16M^4v}{9(\lambda - k)} \bar{p}^3 \left(\frac{b-1}{b} \right) \quad (12)$$

式中: λ 为半对数坐标系下土体压缩曲线的斜率; H 为模型参数。

可见, 边界面内各点的塑性模量与像应力点塑性模量及两者间的距离密切相关。实际应力状态位于边界面上时, $b=1$, K_p 最小, 有 $K_p = \bar{K}_p$, 此时

塑性应变速率较大; 而实际应力状态位于投影点时, $b = \infty$, K_p 最大, 此时不发生塑性应变。

内变量 p_c 的硬化规律与修正剑桥模型类似^[12], 其表达式为

$$dp_c = \frac{v d\varepsilon_v^p}{\lambda - k} p_c \quad (13)$$

3 二次开发的实现

FLAC^{3D} 程序不同于有限元程序, 它采用显式积分法则, 不需要形成复杂的迭代矩阵, 非常适合非线性问题的求解, 其显式计算循环^[13]如下:

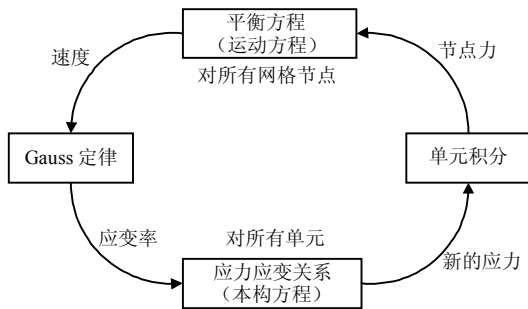


图2 FLAC^{3D} 程序显式计算循环

Fig.2 The explicit calculating diagram of FLAC^{3D}

FLAC^{3D} 程序定义以上一个显示计算循环圈为一个时步, 计算时, 通过运动方程由应力及外力求出节点的速度及位移, 再由空间导数求出单元应变速率, 最后借助材料本构关系由应变速率获得新的单元应力。因此, 一定应变速率时, 时步越小越精确, 为控制应力积分精度, 在此采用多步梯形法^[5], 将每一时步 ΔT_n 再细分为 I 个子时步 ΔT_i :

$$\Delta T_i = \Delta T_n / I \quad (14)$$

T_i 时刻的应变近似为

$$[\varepsilon]_i = [\varepsilon]_{n-1} + i / I [\Delta \varepsilon]_n \quad (15)$$

T_i 时刻的应力初始值近似为

$$[\sigma]_i = [\sigma]_{n-1} + \sum_{j=1}^{i-1} [\Delta \sigma]_j + [\Delta \sigma]_{i-1} \quad (16)$$

对每一子时步按图3所示流程用混合迭代法搜索映射因子 b 值^[14]。其中边界面方程精度值 F_{tol} 设为 10^{-3} , 迭代步数最大值 N_{tol} 设为 10^5 次 (精度值 F_{tol} 影响子时步方程求解的精度, 可按工程需要设置, 在此暂设为 10^{-3} ; 迭代步数最大值 N_{tol} 不影响精度, 但影响总体求解时间, 本文中 10^5 次为经多次调试后的一个参考值), 即: 对于边界面内任意应

力状态 σ_{ij} , 迭代搜索映射因子 b 值, 如果边界面函数 $F = F(\sigma_{ij}, b)$ 的绝对值 $\leq F_{tol}$, 则认为实际应力点与边界面上映射应力点关系为 $\bar{\sigma}_{ij} = b \sigma_{ij}$, 迭代计算成功。反之, 迭代步数超过 N_{tol} 还未收敛, 则计算失败, 需检查模型参数是否设置正确。

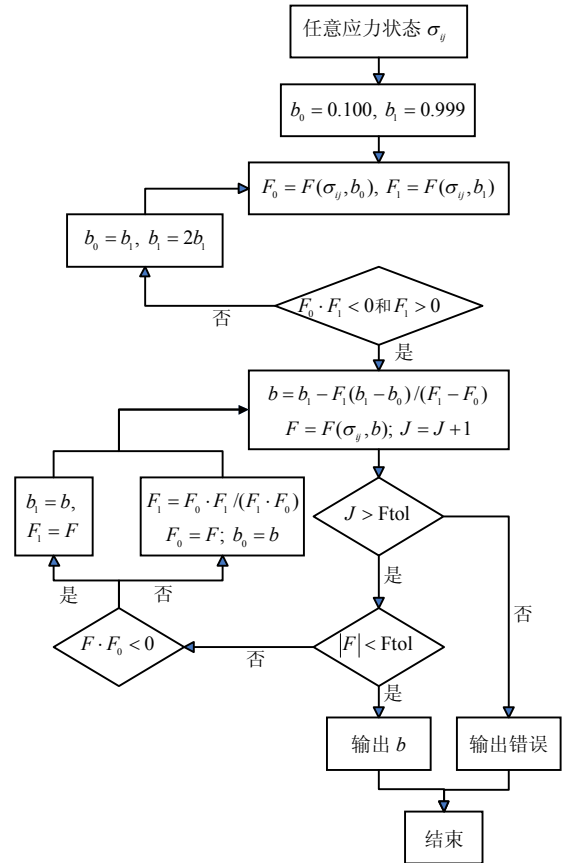


图3 映射因子 b 的迭代求解流程

Fig.3 Flowchart of solving mapping factor b with iterative algorithm

模型开发中最为关键的步骤是映射因子 b 的求解, 映射因子 b 确定后便可计算出实际应力点所对应的塑性模量, 从而按边界面本构关系进行应力更新及变形计算。值得注意的是: 理论上, 映射因子 $b \geq 1$, 但为避免模型算法引起的迭代不收敛的情况, 避免过多的子步划分, b 的初始搜索值选为 0.100 和 0.999, 因此, 预测应力可能会超出边界面, 即 $b < 1$ 。如文献[5]所述, 对于超出的应力点采用径向回退法, 沿边界面外应力点与映射中心连线按比例回退至边界面上, 取 $[\sigma]_{N-1scaled} = b[\sigma]_{N-1}$, 再令 $b = 1.0$ 。

4 数值试验及参数研究

为验证模型开发的正确性及研究模型的性能, 本文特进行了三轴加卸载试验、三轴不排水的静、

动三轴数值试验。三轴试样均采用边长为 1 m 的一个立方体单元, 为对照验证, 本文采用与文献[11]相同的模型参数, 即: $\lambda = 0.17$, $K = 0.034$, $M = 1.1$, $\mu = 0.3$, 初始比容取为 2.12。试验中边界面模型参数默认状态: 收敛精度值 F_{tol} 取为 10^{-3} , 子时步数 I 参照文献[5]取为 32, 塑性模量模型参数 H 取为 20。

4.1 三轴加卸载试验

采用 300 kPa 的围压等向固结, 按如下应力路径进行试验: 先轴向加载 100 kPa, 后卸载 100 kPa, 再加载 150 kPa。为保证试验的准确性, 加卸载分级进行, 每级加载力限制为 1 kPa。

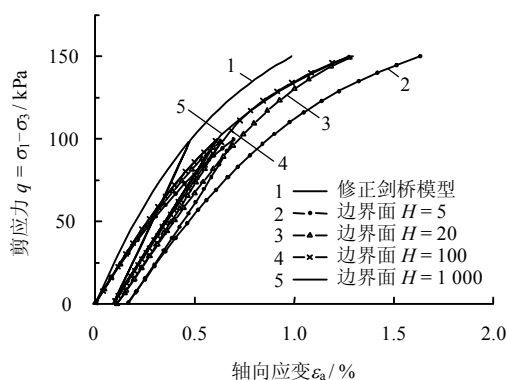


图 4 加卸载试验剪应力-轴向应变关系
Fig.4 Shear stress vs. axial strain of the loading and unloading triaxial tests

修正剑桥模型等经典弹塑性模型假定加卸载过程中土体应力-应变关系为弹性, 而实际上土体即使在微小应力作用下也会产生塑性变形^[6]。边界面模型克服了这一缺陷, 图 4 显示模型能正确地模拟三轴加卸载试验, 同时模型参数 H 反应了边界面内土体发生塑性变形的能力: H 越小, 土体在边界面内发生的塑性变形越大; 当 H 非常大时, 模型与经典弹塑性模型响应一致, 即在屈服面内不发生塑性变形。由此可见, 只要选取一个合适的模型参数 H , 边界面模型将能更合理地模拟土体变形特征。

4.2 不排水静三轴试验

选取围压为 300 kPa, 取超固结比 OCR 分别为 1、4、8、16, 模拟围压相同、固结程度不同的土体的三轴排水剪切试验。

可见, 边界面模型计算结果与文献[11, 15]规律一致, 较精确地描述了不同固结度土体的三轴不排水剪切时的试验现象: 正常固结土为应变硬化型土, 剪切发生剪缩, 产生正的孔压, 屈服面向后退缩, 材料硬化至临界状态线; 超固结土为应变软化型土,

剪切发生剪胀, 产生负的孔压, 屈服面向外扩张, 后材料软化回至临界状态上的残余强度, 并且超固结比越大, 应变软化现象越强烈; 土体处于临界状态后将只产生剪切变形, 材料将处于塑性流动时, 强度及体积不再发生变化。

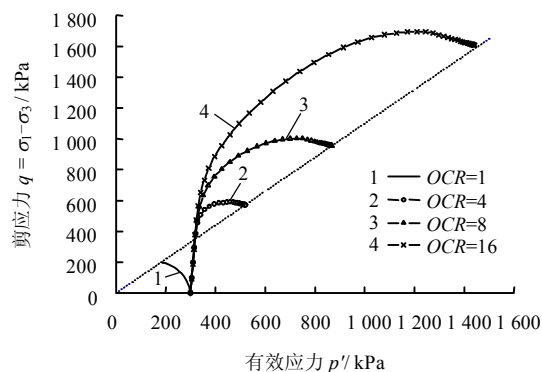


图 5 不同超固结比土体的不排水静三轴试验有效应力路径
Fig.5 Effective stress path of the undrained static triaxial tests for different OCRs

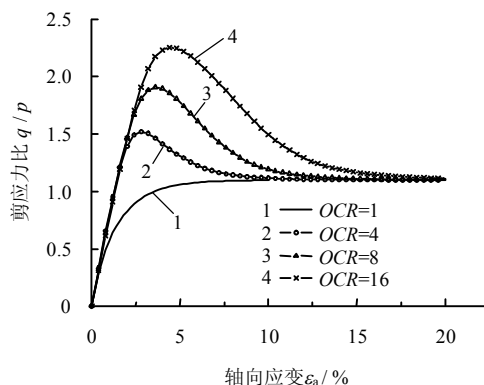


图 6 不同固结度土体的不排水静三轴试验应力比-轴向应变关系

Fig.6 Stress ratio vs. axial strain of the undrained static triaxial tests for different OCRs

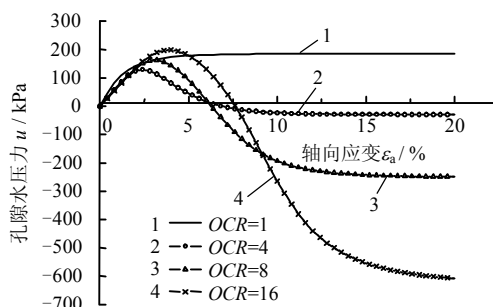


图 7 不同超固结比土体的不排水静三轴试验孔隙水压-轴向应变关系

Fig.7 Pore pressure vs. axial strain of the undrained static triaxial tests for different OCRs

一般认为, 修正剑桥模型过高地估计了超固结土的峰值强度^[6], 为此采用修正剑桥模型及模型参数 H 为 20、50、100、10 000 的边界面模型分别模拟 OCR 为 8 的超固结土。

由图 8 可见, 由于引入模型参数 H 来控制边界面内土体塑性模量, 模型可在一定程度上控制所模拟超固结土的峰值强度: H 较小时, 边界面所模拟出的峰值强度低于修正剑桥模型模拟值, 随着 H 增大, 峰值强度增加, 并可能超过修正剑桥模型模拟值。故选取一适当模型参数 H 值, 边界面模型可以克服修正剑桥模型这一缺点。

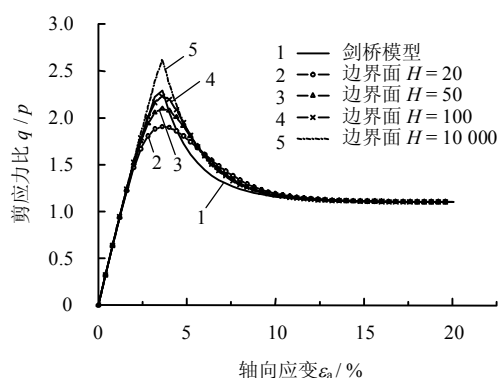


图 8 不同内变量 H 的不排水静三轴试验
应力比-轴向应变关系

Fig.8 Relationships between stress ratio and axial strain of undrained static triaxial tests for different model parameters of H

4.3 不排水动三轴试验

选取围压为 300 kPa, 取超固结比 OCR 为 1, 模拟正常固结土的应力控制式不排水动三轴试验: 试验中为保证精度, 每次轴向加载应变增量控制为 0.01 mm, 当剪应力值达 ± 175 kPa 时逆转加载速度, 如此循环 10 周, 以模拟实际中周期压力 ± 175 kPa 轴向加载 10 周的动三轴试验。

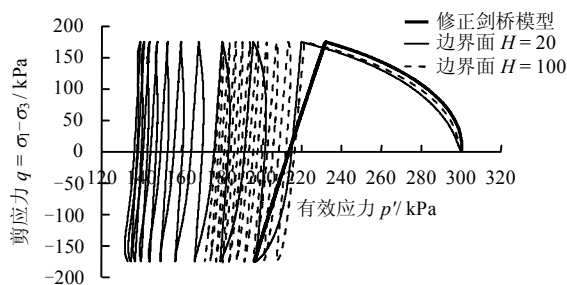


图 9 不排水动三轴试验有效应力路径

Fig.9 Effective stress paths of undrained dynamic triaxial tests

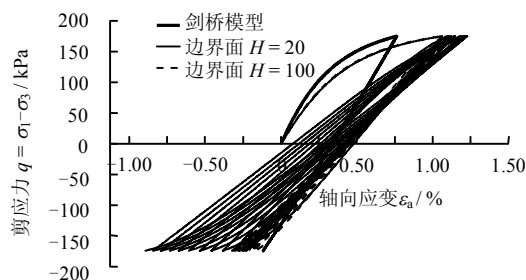


图 10 不排水动三轴试验剪应力-轴向应变关系

Fig.10 Relationships between shear stress and axial strain of undrained dynamic triaxial tests

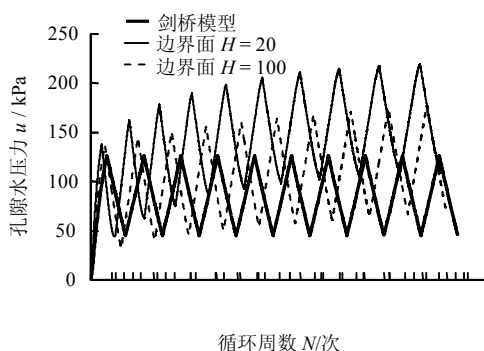


图 11 不排水动三轴试验孔隙水压-循环周数关系

Fig.11 Relationships between pore pressure and cycles of undrained dynamic triaxial tests

参照文献[11, 15—16]规律可见, 边界面模型非常准确地给出了 10 周周期荷载作用下土体的应力路径、滞回环、孔隙水压等规律, 较之修正剑桥模型, 边界面模型成功体现了周期荷载作用下的累积塑性变形, 且通过调整模型参数 H , 还可控制这一特性的大小程度, H 越大, 边界面模型结果越接近修正剑桥模型, 因此, 该模型具有相当的灵活性。

5 结 语

本文给出了一基于修正剑桥模型的零弹性区椭圆边界面模型在 FLAC^{3D} 中的详细开发过程, 采用多种数值试验验证了用 FLAC^{3D} 内置 UDM 平台开发的边界面模型的正确性及适用性。该边界面模型引入塑性模量模型参数 H , 可灵活控制边界面内土体的塑性性状, 克服了修正剑桥模型诸如屈服面内不发生塑性变形、高估超固结土的峰值强度、不能反映周期荷载作用下的累积塑性变形等缺陷, 能更好地模拟正常固结及超固结土体动静状态下的特性, 尤其适用于承受周期荷载作用等动力状态。

需指出的是, 笔者也对迭代收敛精度值 $Ftol$, 子时步数 I 对模型精度的影响进行过对比试验, 结果表明, 收敛精度值 $Ftol$ 对精度起主要控制作用,

子时步数虽不是关键因素,但选取过小,则有可能导致模型不收敛,过大,则计算耗时太多,故文献[17]给出的多步自适应算法可能是种不错的优化方法。

参 考 文 献

- [1] DAFALIAS Y F. On cyclic and anisotropic plasticity: (1) A general model including material behavior under stress reversals; (2) Anisotropic hardening for initially orthotropic materials[D]. Berkeley: University of California, 1975.
- [2] DAFALIAS Y F, POPOV E P. Plastic internal variables formalism of cyclic plasticity[J]. **Applied Mechanics**, 1976, 98(4): 645—650.
- [3] DAFALIAS Y F. Bounding surface plasticity I: Mathematical foundation and hypoplasticity[J]. **Journal of Engineering Mechanics, ASCE**, 1986, 112(12): 966—987.
- [4] DAFALIAS Y F, HERRMANN L R. Bounding surface plasticity II: Application to isotropic cohesive soils[J]. **Journal of Engineering Mechanics, ASCE**, 1986, 112(12): 1263—1291.
- [5] 王伟, 景立平, 李小春. 二维弹塑性土层的波动数值模拟研究[J]. **岩石力学与工程学报**, 2007, 26(增刊1): 3092—3100.
WANG Wei, JING Li-ping, LI Xiao-chun. Study on numerical simulation for wave motion in two-dimensional elastoplastic soil layer[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, (Supp.1): 3092—3100.
- [6] 吴世明. 土动力学[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2000.
- [7] 费康, 刘汉龙. 边界面模型在ABAQUS的开发应用[J]. **解放军理工大学学报(自然科学版)**, 2009, 10(5): 447—451.
FEI Kang, LIU Han-long. Implementation and application of bounding surface model in ABAQUS[J]. **Journal of PLA University of Science and Technology (Natural Science Edition)**, 2009, 10(5): 447—451.
- [8] 王刚, 张建民. 边界面模型在MARC中的开发实现及应用[J]. **岩土力学**, 2006, 27(9): 1535—1540.
WANG Gang, ZHANG Jian-min. Implementation and application of a bounding surface model in MARC[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2006, 27(9): 1535—1540.
- [9] Itasca Consulting Group Inc. FLAC^{3D}(Version 2.1) users manual[R]. USA: Itasca Consulting Group Inc., 2003.
- [10] 屈智炯. 土的塑性力[M]. 成都: 成都科技大学出版社, 1987.
- [11] MANZARI M T, NOUR M A. On implicit integration of bounding surface plasticity models[J]. **Computers & Structures**, 1997, 63(3): 385—392.
- [12] 张学言, 闫焱旺. 岩土塑性力学基础[M]. 天津: 天津大学出版社, 2006.
- [13] 陈育民, 刘汉龙. 邓肯-张本构模型在FLAC^{3D}中的开发与实现[J]. **岩土力学**, 2007, 28(10): 2123—2126.
CHEN Yu-min, LIU Han-long. Development and implementation of Duncan-Chang constitutive model in FLAC^{3D}[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2007, 28(10): 2123—2126.
- [14] ANDRIANOPOULOS K I, PAPADIMITRIOU A G, BOUCKOVALAS G D. Explicit integration of bounding surface model for the analysis of earthquake soil liquefaction[J]. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, 2009, 34(15): 1586—1614.
- [15] 张锋. 计算土力学[M]. 北京: 人民交通出版社, 2007.
- [16] 李兴照, 王录民, 范量. 软黏土的循环加载边界面模型[J]. **河南工业大学学报(自然科学版)**, 2006, 27(4): 1—6.
LI Xing-zhao, WANG Lu-min, FAN Liang. The bounding surface constitutive model for soft clays under cyclic loading[J]. **Journal of Henan University of Technology (Natural Science Edition)**, 2006, 27(4): 1—6.
- [17] SLOAN S W, ABBO A J, SHENG D C. Refined explicit integration of elastoplastic models with automatic error control[J]. **Engineering Computations**, 2001, 18: 121—154.